

## ANÁLISIS DE VIBRACIONES EN ESPESADORES ELEVADOS DE ACERO PARA CONCENTRADO DE MINERAL

P. Pineda<sup>(1)</sup>, S. Contreras<sup>(2)</sup>

- (1) Ingeniero Civil-Estructural, Magister en Ciencias de la Ingeniería Mención Ingeniería Sísmica, Universidad de Chile. Gerente General - PPN Ingeniería y Consultoría (<http://www.ppning.com/>).  
[patricio.pineda@ppningeria.com](mailto:patricio.pineda@ppningeria.com)
- (2) Ingeniero Civil Estructural Universidad de Chile. General SERGIO CONTRERAS Y ASOC  
(<http://www.sergiocontreras.cl>). [s.contreras@sergiocontreras.cl](mailto:s.contreras@sergiocontreras.cl). Presidente Instituto Chileno del Acero

Categoría: Ingeniería Mecánica

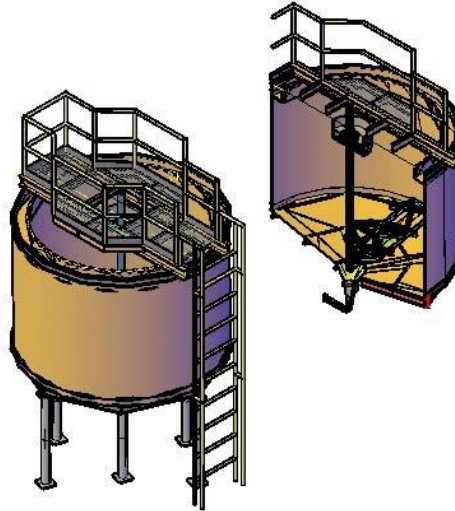
Palabras Clave: Espesador, Acero, Minería, Vibraciones.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los espesadores elevados de acero son generalmente del tipo cilíndrico continuo, considerados pequeños los de diámetros menores de 30m. Los de mayor diámetro, de hasta 120m de diámetro se fabrican en hormigón armado; en este trabajo se analizarán solamente los del primer tipo. La selección de un espesador podría tener un impacto importante considerando su ahorro potencial en espacio y costos. Los espesadores alimentados con un manto de lodos y que utilizan el sedimento como filtro, permiten obtener un derrame más limpio de las pulpas diluidas que los clarificadores convencionales. Los filtros de discos y en menor grado los de tambor, constituyen el apoyo principal para la mayor parte de los procesos finales de separación de agua, por su capacidad para separar las partículas más finas de una corriente de proceso. Las partículas finas que presentan dificultades para su tratamiento en filtros de vacío pueden manejarse en la actualidad con filtros automáticos tipo prensa.



**Figura 3.1: Espesadores Elevados de Acero Durante la Operación**



**Figura 3.2: Espesador Pequeño. Elevación y Sección.**

El espesador trabaja en forma continua, disponiendo de un rastrillo que sirve para empujar lentamente, hacia el centro las partículas sólidas que se van asentando en el fondo en forma de barro espeso, para luego sacarlo por el cono de descarga. Durante la operación los rastrillos evitan que el lodo se endurezca demasiado en el fondo, su uso es esencial sacarlos o descargarlos. En el procesamiento de minerales, la operación unitaria de separación de sólido-líquido consiste en la eliminación de agua de los productos finales intermedios, normalmente en una planta concentradora.

**1.1 Objetivos:** En el procesamiento de minerales, la operación unitaria de separación debe:

- Reconocer las operaciones de los procesos de separación sólido-líquido.
- Identificar los efectos que las variables ejercen sobre la sedimentación y filtración de los minerales
- Reconocer los equipos más comunes utilizados durante el espesamiento y la filtración.

### **1.2 Etapas de la Separación Líquido-Sólido:**

**Espesamiento:** Proceso de eliminación de la mayor cantidad de agua contenida conforme ingresa la pulpa, los sólidos van decantando hacia el fondo. El líquido clarificado rebosa por la parte superior y la pulpa con alto contenido en sólidos se evacua por la descarga inferior

**Sedimentación:** Consiste en separar las partículas sólidas en suspensión, dejando el líquido clarificado y una pulpa espesa. Generalmente, se requiere de una etapa posterior de filtración. Las partículas muy finas, de sólo algunos micrones de diámetro, sedimentan por gravedad con extrema lentitud y es recomendable el uso de flocculantes o efectuar una sedimentación centrífuga.

**Filtración:** Se elimina todo el contenido de sólidos en suspensión, el cual ha permanecido después del espesamiento.

**Secado:** Se retira el 100% del agua de concentrado.

En la industria minera el agua es un bien escaso ypreciado. En la mayor parte de los procesos se utilizan cantidades importantes de agua, requiriéndose su recuperación mediante etapas de separación sólido - líquido. El agua recuperada no se desecha, siendo en su mayor parte recirculada nuevamente al proceso. De la mezcla original con consistencia sólido-líquida, se separa una mezcla formada por una suspensión de partículas de un sólido en un líquido prácticamente exento de partículas y otro con sólidos en una concentración superior a la original. No es posible obtener la separación total, puesto que, si bien el líquido puede no tener partículas sólidas en suspensión, la corriente con sólidos retendrá líquido entre sus partículas. Al igual que ocurre con otras separaciones de los procesos industriales, la separación del agua se realiza generalmente utilizando el espesamiento y la filtración para lograr la separación del agua de los concentrados. Esta combinación es capaz de entregar sólidos con un contenido de humedad suficientemente bajo, así como un producto filtrado que esencialmente no contiene sólidos, o por lo menos con un contenido de sólidos suficientemente bajo como para utilizarlo en el proceso siguiente.

## **2. ANÁLISIS DE VIBRACIONES**

El fenómeno de resonancia o vibraciones cíclicas en recipientes de proceso que almacenan líquidos viscosos con agitación circular en su interior, generan fuerzas cíclicas producto de ese caudal másico en movimiento, este fenómeno se conoce como efecto de Coriolis. La oscilación o vibración, es el movimiento realizado desde cualquier posición hasta regresar al punto inicial pasando por las posiciones intermedias.

Considerando el criterio técnico-especialista usual en proyectos mineros, las frecuencias naturales principales necesarias para validar el comportamiento de los equipos con respecto a los efectos vibracionales producidos por una excitación externa, son las relacionadas directamente con los periodos de la estructura que están vinculados directamente con la mayor masa traslacional en ambas direcciones de análisis.

Los periodos asociados a cada una de las frecuencias consideradas en los análisis están vinculados a las mayores masas traslacionales del equipo, esto considera que la masa contenida comienza a oscilar en un alto porcentaje. Por lo tanto, se deben considerar los periodos relacionados con valores despreciables de masa traslacional, entregando valores de frecuencia no representativos para el comportamiento en operación del tanque, ya que el fenómeno de resonancia está asociado directamente a la frecuencias naturales del equipo, donde los desplazamientos relacionados con las mayores masas traslacionales se vinculan a frecuencias que propician el fenómeno de resonancia, y por lo tanto los periodos que se vinculan a una menor masa provocan desplazamientos menores, por ende un factor de masa traslacional pequeño (en comparación con la masa que se vincula a los modos fundamentales) implica que estos periodos se puedan despreciar en el análisis.

### 3. EXPERIENCIA MINERA

Se ha recogido experiencias de importantes proyectos mineros en Chile, en los cuales el efecto de las vibraciones no controladas en las estructuras de soporte y equipos ha sido perjudicial para su operación, siendo necesario generar modelaciones computacionales y planes de refuerzos para reducir las amplitudes de vibración y separar las frecuencias propias de vibrar propias de los equipos respecto a los registrados durante la operación. En adelante y por razones de derechos de los clientes, se indican datos de proyectos reales analizados, pero indicando solamente la región de Chile en donde se ubican.

#### Proyecto: Región de Coquimbo

Espesador con agitación para relaves, consta de un agitador (200 HP a 20 RPM), en un estanque de 14m de diámetro y altura del manto de 15m. La altura máxima del líquido de 13.5m. Relave de cobre (Densidad: 2 Ton/m<sup>3</sup>); 63 % de sólidos. El agitador se monta en una estructura con marco independiente del estanque y tiene dos niveles de paletas. El estanque contará con 4 Baffles internos, que romperán el vórtice formado por las hélices de eje vertical. Los Baffles reciben una carga dinámica de 600lbs (300kg), según indicaciones del fabricante. El proyecto considera 600lb para c/u de los soportes al manto de los Baffles y no como carga puntual del Baffle completo.

#### 3.1 Análisis del Comportamiento Dinámico

Se considerará que las cargas dinámicas están moduladas por la velocidad de giro de la hélice de 20 RPM, y otra frecuencia de modulación será la originada por el giro y el número de paleta de la hélice, vale decir 4 x 20 rpm. Se verificará que el manto en la condición actual y/o mediante refuerzos diseñados, no genere resonancia con dichas frecuencias, considerando distintas condiciones de llenado (10, 20, 30% etc.).

Se verifica el equipo con 2000 m<sup>3</sup>, considerando minimizar las vibraciones en el manto mediante el espesor del manto y refuerzos adicionales.

Datos

|                                              |                                |
|----------------------------------------------|--------------------------------|
| $n = 20 \text{ rpm}$                         | revoluciones de la hélice      |
| Cantidad = 4 u                               | aspas por hélice               |
| $\omega = 2 \pi n / 60 = 2,09 \text{ rad/s}$ | velocidad angular hélice mayor |
| $V_t = D_{h1} \pi N = 5,32 \text{ m/s}$      | Velocidad tangencial hélice 1  |
| $a_t = 2 \omega V_t = 22,28 \text{ m/s}^2$   | Aceleración tangencial         |

La amplitud de la fuerza de Coriolis depende de la masa en movimiento  $\Delta m$ , su velocidad en el sistema,  $V$  (vector), y por tanto su caudal másico.

Partiendo de la siguiente relación:  $F_c = 2 \Delta m (\omega_L V_r)$

|                                          |                    |
|------------------------------------------|--------------------|
| $F_c = 600 \text{ lb} = 0,27 \text{ tf}$ | Fuerza de Coriolis |
|------------------------------------------|--------------------|

|                                                                   |                                                   |
|-------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| $\omega_L = \omega = 2,09 \text{ rad/s}$                          | velocidad angular del líquido                     |
| $\rho = 2 \text{ tm /m}^3$                                        | densidad del líquido                              |
| $H_L = 13,6 \text{ m}$                                            | 100% altura máxima líquido                        |
| $D_i = 14 \text{ m}$                                              | diámetro interior Tk                              |
| $\Delta m = \rho H_L \pi D_i^2 / 4 = 4.187,11 \text{ tm}$         | Masa en movimiento                                |
| $V_r = F_c / (2 \Delta m \omega_L) = 1,55\text{E-}05 \text{ m/s}$ | Velocidad radial en sistema rotatorio u oscilante |
| $V = (V_t^2 + V_r^2)^{0,5} = 5,32 \text{ m/s}$                    | Velocidad horizontal del baño                     |
| $BT = 0,875 \text{ in}$                                           | Espesor del baffle                                |
| $B = 46 \text{ in}$                                               | Ancho baffle                                      |
| $S = 5.000 \text{ psi}$                                           | Tensión admisible a la flexión del acero          |
| $L = 2 BT^2 B S / (3 F_c) = 195,66 \text{ in}$                    | Espacio entre soportes del baffle                 |
| $HB = 570 \text{ in}$                                             | Altura total del baffle                           |
| $N = 1 + HB / L = 3,91 \approx 4 \text{ u}$                       | Cantidad de soportes por baffle                   |
| $L = 4,97 \text{ m}$                                              | Espacio entre soportes del baffle                 |
| $HB = 14,48 \text{ m}$                                            | Altura total del baffle                           |
| $M_c = F_c D_i = 3,81 \text{ tf m}$                               | Momento torsor en el Tk por efecto Coriolis       |

DATOS:

|              |                        |
|--------------|------------------------|
| Tk diam 16 m |                        |
| 89.486,90 kg | Peso Tk total completo |
| 16.577,50 kg | Peso Tk fondo          |
| 72.909,40 kg | Peso resto Tk total    |
| 61.580,10 kg | Peso manto             |
| 11.329,30 kg | Peso fitting           |

Además, se tabularon los siguientes resultados:

|      | H <sub>CG</sub> | $m_{TU}$           | k                     | $\sin(k/m_{TU})^{0.5}t$ | $\cos(\omega t)$     |
|------|-----------------|--------------------|-----------------------|-------------------------|----------------------|
| i    | (cm)            | (kg <sub>m</sub> ) | (kg <sub>f</sub> /cm) | (-)                     | (-)                  |
| 100% | 679             | 4.239.465          | 33.953                | 0,7071                  | 0,7071               |
| 90%  | 612             | 3.820.753          | 46.391                | 0,7071                  | 0,7071               |
| 80%  | 545             | 3.402.042          | 65.649                | 0,7071                  | 0,7071               |
| 70%  | 479             | 2.983.330          | 97.044                | 0,7071                  | 0,7071               |
| 60%  | 413             | 2.564.619          | 151.619               | 0,7071                  | 0,7071               |
| 50%  | 347             | 2.145.908          | 254.561               | 0,7071                  | 0,7071               |
| 40%  | 283             | 1.727.196          | 470.189               | 0,7071                  | 0,7071               |
| 30%  | 221             | 1.308.485          | 984.641               | 0,7071                  | 0,7071               |
| 20%  | 165             | 889.773            | 2.361.538             | 0,7071                  | 0,7071               |
| 10%  | 131             | 471.062            | 4.766.496             | }                       | Altura sin agitación |
| 0%   | 632             | 52.350             | 42.098                |                         |                      |

| i    | $(k/m_{TU})^{0.5}$<br>(kg <sub>m</sub> /s) | $F_R/(k/m_{TU})^{0.5}$<br>(cm/s) | X <sub>i</sub> (t)<br>(cm/s) | X <sub>1</sub> = X <sub>i</sub> (t) t <sub>ω</sub><br>(cm) |
|------|--------------------------------------------|----------------------------------|------------------------------|------------------------------------------------------------|
| 100% | 3.793.993                                  | 7,18E-06                         | 3,59E-06                     | 3,37E-07                                                   |
| 90%  | 4.210.086                                  | 6,47E-06                         | 3,24E-06                     | 3,03E-07                                                   |
| 80%  | 4.725.911                                  | 5,76E-06                         | 2,88E-06                     | 2,70E-07                                                   |
| 70%  | 5.380.664                                  | 5,06E-06                         | 2,53E-06                     | 2,37E-07                                                   |
| 60%  | 6.235.753                                  | 4,37E-06                         | 2,18E-06                     | 2,05E-07                                                   |
| 50%  | 7.390.972                                  | 3,69E-06                         | 1,84E-06                     | 1,73E-07                                                   |
| 40%  | 9.011.706                                  | 3,02E-06                         | 1,51E-06                     | 1,42E-07                                                   |
| 30%  | 11.350.716                                 | 2,40E-06                         | 1,20E-06                     | 1,12E-07                                                   |
| 20%  | 14.495.629                                 | 1,88E-06                         | 9,40E-07                     | 8,81E-08                                                   |

Nota: 1) Donde t<sub>ω</sub> es el periodo de oscilación de la onda.

Nota: 2) Se determina el periodo t<sub>ω</sub> de oscilación de la onda, derivando la función de gobierno X<sub>1</sub>(t) del sistema. Operatoria que entrega la siguiente relación:

$(\cos(\omega t) + \sin(\omega t) (\cos(\omega t) - \sin(\omega t))) = 0$ , entonces:

$\cos(\omega t) + \sin(\omega t) = 0$  ó  $\cos(\omega t) - \sin(\omega t) = 0$

$\cos(\omega t) = -\sin(\omega t)$  ó  $\cos(\omega t) = \sin(\omega t)$

$\omega_r = N \pi / 4$ , tal que N = par ó  $\omega_r = N \pi / 4$ , tal que N = impar

Resultando un periodo de oscilación de la onda:  $t_\omega = \omega_r / (4 \omega) = 0,094$  s

Nota: 3) Los niveles menores o iguales al 10% quedan sin agitación, por debajo de las paletas.

Nota: 4) Los desplazamientos mayores con menor volumen de líquido, se manifiesta por tener un equipo más liviano, para la fuerza de Coriolis impuesta en 600lb.

Nota: 5) La relación  $H_{iL} / H_{CG}$  se tabuló para los soportes de baffle. En diseño definido con siete separaciones iguales de soportes en el manto a partir de 50 cm del fondo.

### 3.2 Verificación estructural

Se consideran dos casos:

- a) Sin rigidizadores externos. En este caso se analizará la rigidez global del sistema y su respuesta dinámica.
- b) Con rigidizadores externos. Se analizará consecuentemente su rigidez global y respuesta dinámica.

**Tabla 1 Períodos y frecuencias del sistema sin rigidez externa**

| <b>TABLE: Modal Periods And Frequencies</b> |                 |                |               |                  |                 |                   |
|---------------------------------------------|-----------------|----------------|---------------|------------------|-----------------|-------------------|
| <b>OutputCase</b>                           | <b>StepType</b> | <b>StepNum</b> | <b>Period</b> | <b>Frequency</b> | <b>CircFreq</b> | <b>Eigenvalue</b> |
| Text                                        | Text            | Unitless       | Sec           | Cyc/sec          | rad/sec         | rad2/sec2         |
| MODAL                                       | Mode            | 1              | 0,61          | 1,63             | 10,27           | 105,4             |
| MODAL                                       | Mode            | 2              | 0,60          | 1,66             | 10,40           | 108,16            |
| MODAL                                       | Mode            | 3              | 0,60          | 1,66             | 10,40           | 108,16            |
| MODAL                                       | Mode            | 4              | 0,60          | 1,68             | 10,54           | 111,18            |
| MODAL                                       | Mode            | 5              | 0,47          | 2,13             | 13,41           | 179,72            |
| MODAL                                       | Mode            | 6              | 0,46          | 2,20             | 13,80           | 190,35            |
| MODAL                                       | Mode            | 7              | 0,46          | 2,20             | 13,80           | 190,35            |
| MODAL                                       | Mode            | 8              | 0,44          | 2,29             | 14,36           | 206,25            |
| MODAL                                       | Mode            | 9              | 0,33          | 3,06             | 19,23           | 369,75            |
| MODAL                                       | Mode            | 10             | 0,32          | 3,08             | 19,36           | 374,91            |
| MODAL                                       | Mode            | 11             | 0,32          | 3,08             | 19,36           | 374,91            |
| MODAL                                       | Mode            | 12             | 0,31          | 3,18             | 19,96           | 398,32            |

**Tabla 2 Períodos y frecuencias del sistema con rigidez externa**

| <b>TABLE: Modal Periods And Frequencies</b> |                 |                |               |                  |                 |                   |
|---------------------------------------------|-----------------|----------------|---------------|------------------|-----------------|-------------------|
| <b>OutputCase</b>                           | <b>StepType</b> | <b>StepNum</b> | <b>Period</b> | <b>Frequency</b> | <b>CircFreq</b> | <b>Eigenvalue</b> |
| Text                                        | Text            | Unitless       | Sec           | Cyc/sec          | rad/sec         | rad2/sec2         |
| MODAL                                       | Mode            | 1              | 0,21          | 4,68             | 29,39           | 863,68            |
| MODAL                                       | Mode            | 2              | 0,21          | 4,68             | 29,39           | 863,98            |
| MODAL                                       | Mode            | 3              | 0,21          | 4,68             | 29,39           | 863,98            |
| MODAL                                       | Mode            | 4              | 0,21          | 4,69             | 29,45           | 867,33            |
| MODAL                                       | Mode            | 5              | 0,21          | 4,87             | 30,62           | 937,47            |
| MODAL                                       | Mode            | 6              | 0,21          | 4,88             | 30,64           | 938,67            |
| MODAL                                       | Mode            | 7              | 0,21          | 4,88             | 30,64           | 938,67            |
| MODAL                                       | Mode            | 8              | 0,20          | 4,88             | 30,66           | 940,06            |
| MODAL                                       | Mode            | 9              | 0,18          | 5,58             | 35,03           | 1227,1            |
| MODAL                                       | Mode            | 10             | 0,18          | 5,58             | 35,08           | 1230,9            |
| MODAL                                       | Mode            | 11             | 0,18          | 5,58             | 35,08           | 1230,9            |
| MODAL                                       | Mode            | 12             | 0,18          | 5,59             | 35,13           | 1234              |

### 3. RECOMENDACIONES Y CONCLUSIONES

Se propone rigidizar el estanque mediante la instalación de placas de refuerzo, tanto de verticales como anulares. Con la instalación de estos refuerzos se logra disminuir el periodo de la estructura y aumentar su frecuencia, lo cual se ve reflejado en las tablas 1 y 2.

Mediante la inclusión de estos refuerzos todos nuestros periodos quedan debajo de del giro del motor que tiene un periodo de 0.33 s. En el equipo sin rigidez exterior, se observa que los periodos entre los modos 1 y 8 están sobre el período de giro del motor y del 9 al 12 están debajo. Por otra parte, estos periodos se alejan suficientemente del período de  $t_w = 0,094$  s de la onda del fluido.

Por lo tanto, si se refuerza el equipo, además de disminuir su período, se disminuirán las deformaciones provocadas por el giro del fluido durante la operación.